61

A. LAFAY, mathématicien, 7, rue Gambetta, SAINT-CHAMOND (Loire)
R. M. St Etienne 18240 C. C. P. LYON 73-10

NOTICE SUCCINCTE SUR

Les « Hélices à Calcul » et la « Pochette-Curseur Trigonométrique »

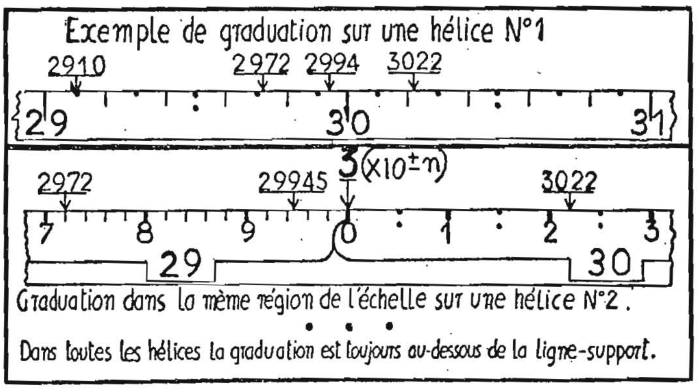
Ces appareils, examinés par la « Commission d'Etude et d'Agrément des Moyens d'Enseignement », ont été proposés à l'agrément de monsieur le Ministre de l'Education Nationale avec la mention : **RECOMMANDÉS dans l'enseignement du second degré.** Agrément accordé par l'arrêté ministériel du 9 octobre 1957. (Voir page 47 de la « Liste des moyens d'enseignement agréés », Publication de l'Institut Pédagogique National.)

I°) Les Hélices à Calcul

Malgré leur prix très modique, les hélices à calcul sont, par suite de la très grande longueur de leurs échelles, **beaucoup plus précises** que les règles à calcul. Celles pour calculs courants permettent une exécution presque instantanée des multiplications, divisions, règles de trois (simples ou en chaînette) et des calculs logarithmiques. Très résistantes à l'usure, elles peuvent supporter durant plusieurs années un usage intensif. Elles comprennent : 1° **Un cylindre** porteur de deux échelles logarithmiques enroulées en hélice à la suite l'une de l'autre. 2° **Une enveloppe** transparente coiffant le cylindre et pouvant prendre vis-à-vis de lui des mouvements de rotation et de translation ; par suite, en sautant à travers les spires, on a la possibilité de repérer très rapidement n'importe quel nombre sur ces échelles de très grande longueur. Un point très important appelé **origine de l'enveloppe,** se trouve vers son extrémité, au croisement d'un petit trait avec le grand trait rouge tracé suivant une de ses génératrices (trait servant au repérage des logarithmes). 3° **Un curseur** encerclant l'enveloppe et pouvant prendre, par rapport à elle, les mêmes mouvements que celle-ci par rapport au cylindre. (Un seul curseur suffit à l'exécution des opérations, mais pour parer aux risques de casse ou de perte, il en est toujours livré trois avez chaque hélice.)

GRADUATION DES ÉCHELLES ENTRE LES POINTS DE COTE RONDE.

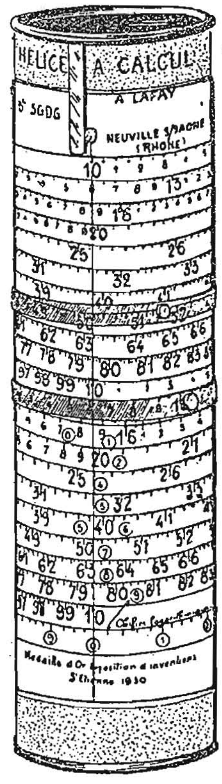
Cette graduation consiste en un **système spécial de traits et de points.** Les points indiquent un chiffre impair, les traits un chiffre pair et deux points l'un au-dessus de l'autre, le chiffre 5. Si par suite de la diminution d'intervalle entre les points de cote ronde, il a fallu supprimer les points, les traits conservent toujours leur même valeur : 2, 4, 6, 8 et si les traits disparaissent, les deux points reviennent avec leur valeur 5. Le schéma ci-dessous fournit un exemple de graduation, dans la même région des nombres, sur une hélice N° 1 et une hélice N° 2.



On y voit que sur une hélice n° 2, la grande longueur des éahelles (2,50 m) a imposé le découpage des nombres en deux parties; la première est constituée par les deux premiers chiffres, à l'intérieur d'une accolade indiquant l'intervalle qu'ils affectent. Les lectures sont faciles, mais il ne faut pas se laisser dérouter par celles des nombres ne comportant qu'un ou deux chiffres significatifs ; dans ces cas, le point de lecture correspond exactement au début de l'accolade où il n'y a aucun chiffre significatif, mais seulement un zéro représentant le troisième chiffre du nombre. **Exemple :** Les nombres 3 ou 0,003 ; 30 ; 3 000, etc., sont à prendre au début de l'accolade 30, au point indiqué par une flèche sur le schéma, sur lequel sont également indiqués d'autres points de lecture.

G2

Figure en vraie grandeur de l'hélice N° I, dans la position où le téton de l'enveloppe transparente, bute contre le taquet d'arrêt du cylindre et où par suite, l'origine de l'enveloppe se trouve en correspondance avec l'origine de la première échelle.



Cercle métallique fermant le cylindre en lui servant de poignée............... →

Début de l'enveloppe transparente coiffant le cylindre......................... →

A la graduation 10, origine de la première échelle logarithmique............... →

Curseur.. →

A la graduation 10, fin de la première échelle log et début de la seconde.......... →

Dans chacune des spires de cette deuxième échelle se trouve, entouré d'un O et répété trois fois sur la longueur de la spire, l'un des dix chiffres de 0 à 9 représentant le première décimale du logarithme vulgaire de tous les nombres compris dans la spire................ →

Petite échelle circulaire fournissant les deuxième, troisième et quatrième décimales des Log vulgaires des dix nombres se trouvant sur une même génératrice. Sur une hélice N° 2 comprenant vingt spires par échelle au lieu de dix, une première décimale logarithmique affecte une paire de spires. Cette décimale est entourée d'un cercle O, dans la première spire de chaque paire et d'un carré □ dans la deuxième. Sur l'échelle circulaire, les deuxièmes décimales sont entourées d'un cercle, quand elles sont égales à : 0, 1, 2, 3 ou 4 et d'un carré quand elles sont égales à : 5, 6, 7, 8 ou 9. Dans la lecture d'un log, on devra prendre la deuxième décimale affectée d'un cercle ou d'un carré, suivant l'affectation de la première. Une division par 0,4343 des log vulgaires, fournira les log népériens................ →

Disque métallique fermant l'enveloppe transparente en lui servant de poignée...... →

COMMENT UTILISER UNE HÉLICE A CALCUL.

Un de mes correspondants, M. Pilloton, afin de résumer de trop longues explications contenues dans une précédente notice sur l'hélice à calcul et permettre, dès prise en mains, une exécution automatique des calculs que l'on peut faire avec cet instrument, m'a indiqué un très ingénieux procédé mnémotechnique basé sur l'emploi de trois formules, dans lesquelles les abréviations ont la signification suivante :

Ro = Ramener à l'origine (opération automatique en faisant buter le téton de l'enveloppe contre le taquet d'arrêt du cylindre (voir figure).
Cur = Repérage avec le curseur, de l'un des facteurs d'une multiplication simple.
O = Repérage du premier facteur d'une règle de trois ou d'une chaînette, avec l'origine de l'enveloppe.
Cud = Repérage d'un facteur en dénominateur, avec le curseur déplacé seul.
Cun = — — numérateur — — par l'intermédiaire de l'enveloppe.
( ) = Lecture d'un résultat : (Cur) au curseur ; (O) à l'origine de l'enveloppe.

A la condition de prendre les facteurs dans l'ordre indiqué, l'emploi de ces trois formules permet d'opérer sans aucune réflexion.

Multiplication simple :

Formule I : (1) Ro (2) Cur (3) O = (Cur)

Exemple : (1) Ro (2) Cur 5,25 × (3) O 3,142 = (Cur) **16,495**

Division simple :

Formule II : (1) Ro. (2) Cud. (3) Cun. = (O)

Exemple : (1) Ro (3) Cun 4,312 / 7,815 Cud. (2) = (O) **0,5518**

G3

Cas des règles de trois simples ou en chaînette, des produits de plusieurs facteurs et des divisions multiples.

Formule III : $\underset{\text{O}}{(1)} \quad \underset{\text{Cud.}}{(2)} \quad \underset{\text{Cun.}}{(3)} \quad \underset{\text{Cud.}}{(4)} \quad \underset{\text{Cun.}}{(5)} \quad \underset{\text{Cud.}}{(6)} \quad \underset{\text{Cun.}}{(7)} \ldots\ldots\ldots\ldots = (\text{O})$

Règle de trois simple : $$\frac{\overset{\substack{(1)\\ \text{O}}}{3{,}65} \times \overset{\substack{(3)\\ \text{Cun}}}{2{,}245}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (2)}}{6{,}12}} = \overset{(\text{O})}{\mathbf{1{,}339}}$$

Chaînette : $$\overset{\substack{(1)\\ \text{O}}}{1{,}834} \times \frac{\overset{\substack{(3)\\ \text{Cun}}}{5{,}12}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (2)}}{7{,}41}} \times \frac{\overset{\substack{(5)\\ \text{Cun}}}{6{,}38}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (4)}}{2{,}321}} \times \frac{\overset{\substack{(7)\\ \text{Cun}}}{9{,}53}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (6)}}{2{,}815}} = \overset{(\text{O})}{\mathbf{11{,}793}}$$

Remarque. — Chaque fois qu'au cours d'une opération, il n'est pas possible de repérer un facteur sur la première échelle de l'hélice, on doit le repérer sur la seconde. C'est ainsi que dans le calcul de la chaînette ci-dessus, le repérage 2,815 (Opération $\underset{(6)}{\text{Cud}}$) a dû se faire sur la deuxième échelle.

Produit de plusieurs facteurs : A × B × C × D... On ramène ce cas à celui de la chaînette : $A \times \frac{B}{1} \times \frac{C}{1} \times \frac{D}{1}$

Exemple : 1,17 × 8,65 × 88. $$\overset{\substack{(1)\\ \text{O}}}{1{,}17} \times \frac{\overset{\substack{(3)\\ \text{Cun}}}{8{,}65}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (2)}}{1}} \times \frac{\overset{\substack{(5)\\ \text{Cun}}}{88}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (4)}}{1}} = \overset{(\text{O})}{\mathbf{890{,}6}}$$

Dans cet exemple les opérations **Cud** correspondent au repérage par le curseur (manœuvré à la main), de l'origine de la deuxième échelle de l'hélice.

Division multiple : $\frac{A}{B \times C \times D}$. On ramène ce cas à celui de la chaînette : $A \times \frac{1}{B} \times \frac{1}{C} \times \frac{1}{D}$

Exemple : $\frac{61{,}2}{5{,}28 \times 9{,}32}$ $$\overset{\substack{(1)\\ \text{O}}}{6{,}12} \times \frac{\overset{\substack{(3)\\ \text{Cun}}}{1}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (2)}}{5{,}28}} \times \frac{\overset{\substack{(5)\\ \text{Cun}}}{1}}{\underset{\substack{\text{Cud}\\ (4)}}{9{,}32}} = \overset{(\text{O})}{\mathbf{1{,}2435}}$$

Dans cet exemple les opérations **Cun** correspondent au repérage par le curseur (manœuvré par l'intermédiaire de l'enveloppe) de l'origine de la deuxième échelle de l'hélice.

En cas d'hésitation sur l'emplacement de la virgule, le plus sûr est de se reporter aux indications qui se trouvent à la fin du paragraphe II de la **« Note sur une écriture semi-logarithmique des nombres »**.

REMARQUE A L'USAGE DES CHIMISTES

La façon d'opérer avec une hélice à calcul, indiquée ci-dessus, sera la plus courante, mais elle est loin d'être la seule et bien souvent les techniciens l'utiliseront d'une façon plus commode et plus rapide pour leur usage personnel. En voici un exemple applicable par les chimistes et aides-chimistes, exécutant des analyses par la méthode volumétrique.

Ils ont à appliquer la formule générale : $\frac{B \times C}{P} = x$; dans laquelle **P** est le poids de la prise d'essai ; **B** le nombre de cc (lu à la burette) d'une liqueur titrée, normale, décinormale ou centinormale ; **C** le coefficient d'analyse et **x** le résultat de celle-ci. Le coefficient C est une constante ; pourtant les chimistes le modifient fréquemment pour tenir compte d'un défaut de normalité de la liqueur titrée qu'ils utilisent. En effet, chaque fois que l'on fabrique une nouvelle provision de liqueur titrée, il est bien rare d'obtenir d'emblée la normalité exacte. Si le titre de cette liqueur est supérieur à la normale de α %, la plupart des chimistes font leurs calculs avec un coefficient C diminué de α % ; ils évitent ainsi l'opération toujours délicate d'avoir à ramener exactement à la normale une liqueur titrée. Pour opérer le plus rapidement possible avec une hélice à calcul, on la préparera ainsi :

Après avoir mis en correspondance les origines du cylindre et de l'enveloppe, on tracera sur cette dernière un trait fin à l'encre, correspondant au coefficient C, modifié comme il vient d'être indiqué ; ce trait, facilement effaçable avec un linge humide, restera en place tant qu'il n'y aura pas à faire subir une nouvelle modification au coefficient et c'est au point où il se trouvera en fin d'opération, que se lira le résultat du calcul à exécuter de la façon suivante :

G4

1° Mettre les origines en correspondance ;

2° Repérer avec le curseur, le nombre correspondant à la lecture de burette ;

3° Amener, par l'intermédiaire de l'enveloppe, le curseur sur le nombre correspondant à la pesée de la prise d'essai ;

4° Lire le résultat au point où se trouve le trait à l'encre, correspondant au coefficient C modifié.

En opérant ainsi, la durée totale du calcul ne dépassera pas 15 secondes.

Cette possibilité d'inscrire à volonté sur l'enveloppe d'une hélice à calcul, des repères de coefficients personnels est très précieuse, comme vont encore le prouver les exemples de calculs commerciaux suivants.

CALCULS COMMERCIAUX

1° Soit à calculer les prix de vente de marchandises dont les prix de revient sont : 198 fr. ; 1 835 fr. ; 7 335 fr., etc., sur lesquels on veut réaliser un bénéfice de 28 %.

Le prix de vente sera égal au prix de revient divisé par le facteur : $\frac{100 - 28}{100} = 0{,}72$

L'hélice étant ramenée à l'origine, on repère avec un curseur le facteur 72, par lequel on divise (abstraction faite de la virgule), les divers prix de revient, pour avoir les prix de vente correspondants.

On obtient le tableau :

Prix de revient.................	198	1 835	7.335
Prix de vente..................	275	2 549	10 190

2° Si, en même temps que le prix de base de vente, le commerçant veut avoir celui correspondant à une remise de 15 % qu'il doit accorder à des représentants, il repèrera, avec un deuxième curseur le facteur $\frac{100 - 15}{100} = 0{,}85$ et, opérant comme ci-dessus, trouvera **simultanément**, le prix de vente à l'origine de l'enveloppe et le prix correspondant à la remise, à l'index du deuxième curseur.

Prix de revient..................................	198	1 835	7 335
Prix de base de vente laissant 28 % de bénéfice........	275	2 549	10 190
Prix de base de vente avec remise de 15 %............	234	2 166	8 660

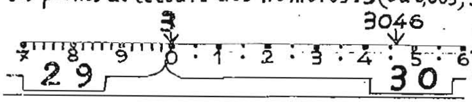
3° Si, au lieu d'une seule remise comme au 2°, le commerçant désirait comparer entre eux les résultats de toutes les majorations ou remises qu'il pourrait être amené à apporter à un prix, il n'aurait qu'à marquer sur l'enveloppe de l'hélice, autant de petits traits à l'encre (facilement effaçables avec un linge humide), qu'il aurait de coefficients à utiliser temporairement. De la sorte, il pourrait avoir sous les yeux, non un seul résultat, **mais tout un tableau de résultats.** C'est un sérieux avantage, que la plupart des machines à calculer ne peuvent fournir.

4° **Pour les importateurs et les exportateurs** ayant à se débattre, avec les unités anglo-saxonnes et les questions de change, j'ai établi des tableaux dont l'emploi combiné avec celui d'une hélice à calcul, peut leur éviter bien des cassements de tête. Comme ces tableaux sont gratuits, ils n'auront qu'à m'en faire la demande.

SUPPLEMENT A LA NOTICE SUR L'HELICE A CALCUL

A. LAFAY 7 rue Gambetta St Chamond (Loire)

La première notice était relative à l'hélice N°1 (échelles de 85^{cm}). Depuis l'auteur a établi une hélice N°2, trois fois plus précise (échelles de 2^{m}50). A part la lecture des nombres toutes les indications de la notice sont valables pour l'hélice N°2. Sur cette hélice la grande longueur des échelles a imposé le découpage des nombres en deux parties. La première est constituée par les deux premiers chiffres; une accolade indique l'intervalle qu'ils affectent. La lecture est facile; les débutants n'auront qu'à ne pas se laisser dérouter par celle des nombres ne comportant qu'un seul chiffre significatif. A titre d'exemple voici marqués d'une flèche les points de lecture des nombres: 3 (ou 0,003; 30; 3000 etc) et 3046



graduation au-dessous de la ligne support

Utilisation de l'hèlice pour les opérations trés précises

La précision de l'hélice N°2 permet de compter sur quatre chiffres au résultat. Si l'on en désire un plus grand nombre, plusieurs méthodes de décomposition des opérations permettent de les obtenir. Nous allons indiquer, par quelques exemples, celle d'entre elles, qui se rapproche le plus de la méthode habituelle.

Multiplication. _ Soit à faire le produit de 3,4728 par 4,3792 dont la valeur exacte est 15,20808576

1°) pour pouvoir compter sur 5 chiffres exacts opérer comme suit

```
 3,4728 M
 4,3792 m
 ------
138912  produit exact, fait à la main, de M = 3,4728 par 4
  1317  produit approché à l'aide de l'hélice de  "  "  0,3792
15,2082 résultat dont on ne doit conserver que 5 chiffres
```

2°) Pour pouvoir compter sur 7 chiffres exacts opérer ainsi:

```
 3,4728    M
 4,3792    m
 ------
138912     produit exact, fait à la main, de M par 4
  104184     "     "    "   "   "   "  0,3
   243096    "     "    "   "   "   "  0,07
     3195    "   approché, avec l'hélice, de M par 0,0092
15208086
```

Preuve. Faite au moyen de l'hélice, elle s'obtient en quelques secondes. Il n'y a en effet qu'à faire le produit M×m, comme M est déja repéré avec un curseur, l'opération est presque immédiate. On doit trouver pour ce produit un nombre voisin de 15208 d'où certitude que si, par hasard, une erreur a été commise, elle est certainement minime, puisque n'affectant pas les quatre premiers chiffres significatifs.

Remarque. _ Dans les multiplications, le seul point un peu délicat est le placement, en vue de l'addition, du produit approché, obtenu avec l'hélice, au-dessous du produit précédent. Voici quelques exemples:

```
2,3528  M          | 2,4137   M          | 2,8196  M
3,2352             | 6,1834              | 3,7329
------             | -------             | ------
7,0584  M×3        | 14,4822  M×6        | 8,4588  M×3
  5534  M×0,2352   |    4427  M×0,1834   | 2,066   M×0,7329
------             | -------             | ------
7,6118             | 14,9249             | 10,525
```

Division. – Un seul exemple suffira pour indiquer la marche à suivre. Soit à obtenir avec 6 chiffres le quotient de 9,95244 par 2,35119

```
9,95244 | 2,35119
 547680 |---------
  77442 | 4,23294
```

On débute à la main; dés qu'on a obtenu les deux premiers chiffres du quotient (42) et le reste correspondant (77442), on obtient, à l'aide de l'hélice, la suite du quotient (3294), en divisant 77442 par 235119. La preuve de l'exactitude des 4 premiers chiffres du quotient sera obtenue par la division directe à l'aide de l'hélice.

Aux professeurs de mathématiques

Ces quelques exemples montrent que les professeurs de mathematiques, se doivent de faire connaitre à leurs élèves un instrument de prix modique, susceptible de leur rendre grand service dans la vie, pourvu que de bonne heure, ils en aient appris le maniement.

Dans le cas des longues opérations, l'emploi de l'hélice ne supprime pas l'exercice de calcul, qu'il est indispensable d'imposer à des élèves, mais il l'abrège et l'empêche de devenir fastidieux. En outre la possibilité de preuve, au moins approximative, présente un avantage incontestable sur les méthodes d'opérations abrégées.

Comme supplements à l'hélice, l'auteur a déja établi quelques tableaux-graphiques. Il compte aller trés loin dans cette voie. Ces tableaux, sous la forme qu'il a adoptée, sont, croit-il, la façon la plus commode, pour les usagers, d'avoir les valeurs d'une ou plusieurs fonctions d'une même variable. S'ils ne peuvent remplacer complètement les tableaux de nombres, toujours indispensables quand une trés grande précision est requise, ils présentent vis-à-vis de ces derniers l'avantage d'éviter les interpolations et de donner aussi facilement les fonctions inverses que les fonctions directes.

Malheureusement pour l'auteur, dont le temps est très limité, ils sont extrêmement longs à établir et il lui faudra plusieurs années avant de pouvoir faire paraître le recueil auquel il travaille. Il recevrait, en attendant, avec reconnaissance, critiques et conseils qui l'aideraient à mener à bien cette œuvre de longue haleine. Il s'excuse pour la mauvaise lisibilité des premiers tableaux; c'étaient des essais, il les refera.

Tableau-graphique des carrés et racines carrées

Dans ce tableau les arguments (colonne de gauche reproduite également à droite) vont de 3 à 31. Chacun de ces nombres entiers affecte une ligne horizontale divisée en 100 parties par les lignes verticales. Entre deux lignes verticales on apprécie les millièmes d'argument à 2 ou 3 unités près.

Si N est un nombre argument on trouvera son carré à son point representatif sur le tableau. Inversement à chaque nombre lu sur le tableau correspond, en argument, sa racine carrée. Exemple: A l'argument 31,416 correspond sur le tableau le nombre 987. Il faut faire attention que si l'on multiplie ou divise les arguments par une puissance de 10, les nombres du tableau devront être multipliés ou divisés par la même puissance de 100. Ainsi, dans l'exemple precédent le carré de $\pi = \frac{31,416}{10}$ est le nombre: $\frac{987}{100} = 9,87$. En conséquence dans la recherche de racines carrées de nombres non portés sur le tableau, c.a.d. inférieurs à 10 ou supérieurs à 1000, il faudra multiplier les premiers et diviser les seconds par 100; 10.000; 1.000.000 et les racines trouvées seront divisées ou multipliées par 10; 100; ou 1000.

Tableaux-graphiques des lignes trigonométriques naturelles dans les systèmes de division d'angle: Heures – Radians – Degrés – Grades

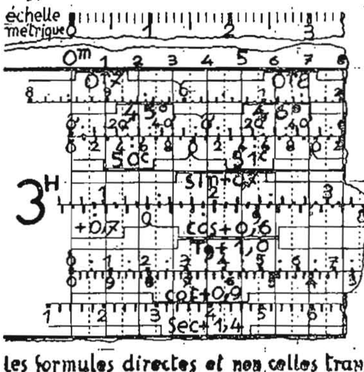
Ces tableaux, sont imprimés sur deux cartons; le premier est relatif aux angles de 0 à 45°, le second à ceux de 45 à 90°. L'argument directeur est l'angle mesuré en heures et minutes. Chaque minute est représentée par une ligne verticale pleine; la ½ minute par une pointillée. Les usagers ordinaires n'auront pas à tenir compte de ce mode de division d'angle, à l'usage des navigateurs, mais les lignes verticales leur seront indispensables, pour établir la correspondance entre les lignes horizontales.

Chaque carton porte 3 divisions correspondant chacune à une heure ou 15 degrés. Chaque division comporte 8 graduations

F2

Les trois premières donnent les angles en radians, degrés et grades; les cinq autres les valeurs naturelles des sin; cos; tg; cotg et sec.

Malgré leur exiguité ces tableaux sont relativement précis (surtout si on les utilise avec une pochette-curseur). Ils permettent de faire très rapidement, à l'aide de l'hélice, tous calculs trigonométriques dans tous les cas où la précision des mesures d'angle ne doit pas dépasser 1/2 décigrade ou 1 millième de radian.



Ci-contre reproduction de la partie de ce tableau relative aux angles 45 et 46 degrés. On y voit, par exemple, qu'à 46°45' correspondent: un arc de 0^r8159, un angle de 51^c94 et les valeurs positives suivantes pour les lignes trigonométriques:
sin=0,7283; cos=0,6852;
tg=1,063; cot=0,9405
sec=1,4595

Dans tous les calculs à exécuter à l'aide de ces tableaux et de l'hélice, pour la résolution des triangles, rectilignes ou sphériques, on n'utilisera que les formules directes et non celles transformées en vue du calcul par logarithmes. Soit l'exemple concret suivant (pris dans le manuel de topographie de l'artillerie, page 320).

Calcul d'un azimut az en fonction de la distance zénithale Z; de la déclinaison D et de la latitude L.

Au lieu de la formule indiquée pour calcul logarithmique

$$\sin^2\frac{az}{2}=\frac{\cos S\sin(S-D)}{\sin Z\cos L} \quad \text{avec } 2S=Z+L+D$$

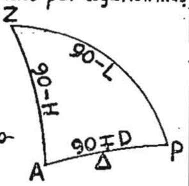
On appliquera la formule plus simple : $\cos az=\frac{\sin D\sec L}{\sin Z}-tgL\cot Z$

Pour $Z=54^c283$ on trouve sur les tableaux $\sin Z=0,753$; $\cot Z=0,874$
" $L=54^c071$ " " " " " $\sec L=1,514$; $tgL=1,137$
" $D=18^c124$ " " " " " $\sin D=0,281$

d'où $\cos az=\frac{0,281\times1,514}{0,753}-1,137\times0,874=-0,4286$

A la valeur positive du cosinus: 0,4286 correspond sur le tableau l'angle: 71^c80, dont il n'y a qu'à prendre le supplément à 200^c pour avoir l'angle correspondant à la valeur négative du cosinus; d'où $az=200^c-71^c80=$ <u>128^c20</u>. Valeur conforme à celle trouvée par logarithmes.

Pour un calcul de ce genre demandant une haute précision (mesures d'angles faites au théodolite à 2 ou 3 milligrades près) on trouvera la précision de ces tableaux insuffisante. Dans la suite ils seront amplifiés 15 fois; l'unité d'argument sera le degré au lieu de l'heure. La précision atteindra et dépassera même celle des tables à 5 décimales. Mais dès à présent, leur emploi est précieux pour permettre, par une méthode toute différente, une vérification rapide des calculs faits par logarithmes.



Soit le triangle de position PZA dans lequel P représente le pôle céleste, Z le zénith, A la position d'un astre sur la sphère céleste.

La solution rapide de divers problèmes relatifs à ce triangle intéresse au plus haut point les marins. Ils les résolvent souvent par la décomposition du triangle en deux autres rectangles. Dans ce but divers auteurs ont créé des tables spéciales à double entrée, de conception bien remarquable. Avec l'hélice, cependant, point n'est besoin d'avoir recours à cet artifice.

Les formules classiques à appliquer sont:

$$\cos\Delta=\sin D=\sin L\sin H+\cos L\cos H\cos Z \ (1); \quad \cot g P=\frac{tgH\cos L-\sin L\cos Z}{\sin Z} \ (2)$$

$$\sin H=\sin L\sin D+\cos L\cos D\cos P \ (3); \quad \cot g Z=\frac{tgD\cos L-\sin L\cos P}{\sin P} \ (4)$$

$$\cos P=\frac{\sin H-\sin L\cos\Delta}{\cos L\sin\Delta} \ (5); \quad \cos Z=\frac{\cos\Delta-\sin L\sin H}{\cos L\cos H} \ (6)$$

formules dans lesquelles P désigne l'angle au pôle; Z l'azimut; L la latitude H la hauteur; Δ la distance polaire et son complément D la déclinaison.

Ces formules sont à utiliser telles qu'elles. Cependant comme les règles de trois sont particulièrement rapides à calculer avec l'hélice il y a intérêt à les faire apparaitre, autant que possible dans les formules. Voici, à titre d'exemple, les formules (1) et (6) transformées:

$$\sin D=\sin L\sin H+\frac{\cos L\cos H}{\sec Z} \ (1)'; \quad \cos Z=\frac{\cos\Delta\sec L}{\cos H}-tgL\,tgH \ (6)'$$

On reconnait dans la formule (6)' celle utilisée, avec une notation différente, dans l'exemple numérique traité plus haut.

<u>La pochette curseur</u> dans laquelle on peut placer les tableaux graphiques en facilite la lecture. Elle peut servir d'équerre transparente; dès lors, grâce aux échelles métriques, placées en bordure des tableaux et aux valeurs des tg et cotg fournies par ces derniers elle pourra servir de rapporteur précis dans tous les systèmes de divisions d'angles.

Tableaux A2 et B2

L'auteur n'a pas encore pu porter, au verso des tableaux précédents, les valeurs des sin et tg des petits angles. En attendant, il prie les personnes faisant usage des grades, de se reporter aux tableaux A2 (tg et sec) et B2 (sin et cos). Ces tableaux établis spécialement pour les calculs de gisements et de distances, donnent avec une précision environ triple de celle des précédents, les valeurs naturelles des sin et cos de 0 à 100^c et celles des tg et sec de 0 à 50^c.

Le tableau A2 présente une disposition très commode pour la résolution du problème spécial pour lequel il a été établi. L'argument directeur n'est point l'angle, mais la valeur naturelle de la tg. L'unité d'argument, affectant chaque ligne est de $1/10^{me}$. A cet argument correspondent deux fonctions: 1° l'angle en grades; 2° la valeur naturelle de la sécante. Cette disposition peut paraître bizarre, mais elle ne constitue pas un inconvénient, pour la résolution de problèmes différents, car, ainsi qu'on l'a dit précédemment, fonctions directes et fonctions inverses s'obtiennent aussi facilement les unes que les autres.

Ci contre reproduction du début des deux premières lignes. Soit à différencier, à l'aide de ce tableau, les hypothénuses de deux triangles rectangles ayant l'unité pour un de leurs cotés et dont les petits angles auraient respectivement pour valeurs: $0^c40`$ et $0^c45`$. La lecture immédiate de la valeur des sécantes donne: 1,000020 et 1,000026. La différence demandée peut donc être appréciée avec ce tableau; elle est de $\frac{6}{1.000.000}$. Pour le même problème on ne peut recevoir aucune réponse de la consultation d'une table de logarithmes à 5 décimales.

Les valeurs des petits cotés sont fournies par la tangente-argument, aux mêmes points de lecture; elles sont de 0,0063 et 0,0071. Ici la précision est faible (la table de logarithmes se rattrape de son silence précédent en indiquant: 0,0062833 et 0,0070686); mais les petits tableaux, mentionnés plus haut, donneront les valeurs des sin et tg des angles de 0 à 30^c avec au moins 4 chiffres significatifs exacts. On pourra alors comparer la souplesse de ces quelques tableaux, d'encombrement infime, avec la rigidité de la table de logarithmes, fournissant une précision souvent surabondante; parfois insuffisante.

Tables numériques

Si l'emploi des tableaux-graphiques est commode celui des tables numériques reste indispensable pour obtenir une très grande précision.

Pour diminuer les difficultés d'interpolation, les tables existant dans le commerce ont, en général, été calculées avec de faibles différences d'argument, par suite, s'étendent sur un grand nombre de pages. L'auteur estime qu'on peut en réduire de beaucoup les dimensions, car l'hélice permet des interpolations faciles et exactes, même avec des différences tabulaires atteignant 3 à 4000. Il y aura simplement, parfois, à consulter le petit tableau suivant, pour tenir compte des légères corrections à apporter aux interpolations proportionnelles, lorsque les différences secondes atteindront 8 unités du dernier ordre.

<u>Tableau des corrections</u> à apporter aux interpolations proportionnelles en fonction des différences secondes: d2 et de la fraction: h d'augmentation d'argument. Une différence seconde négative entraine une correction positive et vice versa

h \ d2	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
0,0 ou 1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1 " 0,9	0	0	1	1	1	1	2	2	2	2
0,2 " 0,8	0	1	1	2	2	2	3	3	4	4
0,3 " 0,7	0	1	2	2	3	3	4	4	5	5
0,4 " 0,6	1	1	2	2	3	4	4	5	5	6
0,5	1	1	2	2	3	4	4	5	6	6

Voici, à titre d'exemple, le début d'une table de logarithmes à 6 décimales, que l'auteur se propose d'insérer dans un recueil de tables diverses.

dizaines \ unités	0	d1 +	d2 −	1	d1	2	d1
10	000 000	4321	42	004 321	4279	008 600	4237
11	041 393	3930	35	045 323	3895	049 218	3860
12	079 181	3604	29	082 785	3575	086 360	3545

Cette table tiendra en une seule page. Au verso sera la table d'antilogarithmes

Soit p.ex. à déterminer le logarithme du nombre 110,4948

On aura 2,041393 log de 110
+ 1945 produit à l'aide de l'hélice de $0,4948\times\overset{d_1}{3930}$
+ 4 correction en fontion de d2=−35 et de h voisin de 0,5
2,043342 = log de 110,4948